Lineární rovnice – o jedné neznámé

Obecný tvar: $\boldsymbol{ax + b = 0}$

$a \neq 0 \ \wedge \ b \neq 0 \ldots\ldots\ldots x = -\frac{b}{a}$ $\quad K = \left\{-\frac{b}{a}\right\}$

$a \neq 0 \ \wedge b = 0 \ldots\ldots\ldots ax = 0$ $\quad K = \{0\}$

$a = 0 \ \wedge b \neq 0 \ldots\ldots\ldots 0x + b = 0$ $\quad K = \emptyset$

$a = 0 \wedge b = 0 \ldots\ldots\ldots 0x + 0 = 0$ $\quad K = R$

Rovnice mohou mít **3 řešení**. Prvním řešením je daný **kořen -** viz rovnice první a druhá. Druhým řešením je **prázdná množina** (nemá řešení) – viz rovnice třetí. Třetím řešením je neznámá z množiny reálných (přirozených, celých ad.) čísel (**nekonečně mnoho řešení**) – viz rovnice čtvrtá.

Vzorové příklady

Rovnice – jeden platný kořen:

Najděte kořen rovnice, kde $y \in R$:

$$\frac{7y-1}{3} + \frac{5+3y}{2} = 5y - 6 \qquad /.6$$

Pokud se v rovnici nachází zlomek, tak se ho snažte odstranit vynásobením rovnice společným jmenovatelem! Rovnici nejprve vynásobíme **společným jmenovatelem**. V našem případě je to šest.

$$\frac{7y-1}{3}.\frac{6}{1} + \frac{5+3y}{2}.\frac{6}{1} = 6(5y-6)$$

Pokud umíte rovnici vynásobit společným jmenovatelem, tak tyto dva kroky přeskočte! U prvního zlomku můžeme jmenovatele (tři) pokrátit s čitatelem druhého zlomku (šest). Totéž uděláme i u třetího a čtvrtého zlomku – dvojka se pokrátí se šestkou → **rychlejší** způsob najdete v dalším příkladu!

$$\frac{7y-1}{1}.\frac{2}{1} + \frac{5+3y}{1}.\frac{3}{1} = 6(5y-6)$$

$$2(7y-1) + 3(5+3y) = 6(5y-6)$$

Po zkrácení nám ve druhém zlomku zbyla dvojka, kterou vynásobíme **čitatele** prvního zlomku. Ve čtvrtém zlomku nám po zkrácení zbyla trojka, kterou vynásobíme **čitatele** třetího zlomku. Závorky roznásobíme a sečteme.

$$14y - 2 + 15 + 9y = 30y - 36$$

$$-2 + 15 + 36 = 30y - 23y$$

Pokud člen z pravé strany rovnice dáme na levou stranu rovnice nebo naopak, pak musíme změnit i jeho **polaritu** - z kladu na zápor a naopak, z násobení na dělení a naopak!

$$49 = 7y \qquad /:7$$

$$\boldsymbol{y = 7}$$

Rovnici nakonec vydělíme sedmi, protože potřebujeme vědět, kolik je **jedno** *y*!

$\boldsymbol{K} = \{\boldsymbol{7}\}$ ⟶ Výsledek zapisujeme ve tvaru: $K = \{a\}$ - místo *a* dosadíme **kořen** (řešení) rovnice.

Zkouška:

U zkoušky počítáme pravou a levou část rovnice **zvlášť** a poté ověříme, zda se rovnají. Pokud se **nerovnají**, kořen rovnice je vypočítaný **špatně**, pokud se **rovnají**, tak je kořen rovnice **správný**.

$$L = \frac{7y-1}{3} + \frac{5+3y}{2} = \frac{7.7-1}{3} + \frac{5+3.7}{2} = \frac{48}{3} + \frac{26}{2} = 16 + 13 = 29$$

$$P = 5y - 6 = 5.7 - 6 = 35 - 6 = 29$$

Místo neznámé dosadíme výsledný kořen rovnice.

$\boldsymbol{L = P = 29}$ $\longrightarrow$ Výsledek zapisujeme ve tvaru: $L = P = b$ - místo b dosadíme řešení, které nám vyšlo ve **zkoušce**.

Rovnice – nekonečně mnoho řešení

Najděte kořen rovnice, kde $x \in R$:

$$\frac{6+25x}{15} - (x-1) = \frac{2x}{3} + \frac{7}{5} \qquad /.15$$

$$\frac{6+25x}{15:15} - \frac{x-1}{15:1} = \frac{2x}{15:3} + \frac{7}{15:5}$$

$$1(6+25x) - 15(x-1) = 5.2x + 3.7$$

Rovnici nejprve vynásobíme společným jmenovatelem. V našem případě je to patnáct. Pokud umíte násobit rovnici společným jmenovatelem, tak tento krok přeskočte! Mnohem rychlejší způsob pro vynásobení rovnice než předešlý způsob je, že číslo, kterým násobíme celou rovnici, vydělíme jmenovatelem zlomku a výsledek vynásobíme čitatelem zlomku – viz druhý a třetí krok.

$$6 + 25x - 15x + 15 = 10x + 21$$

$$25x - 15x - 10x = 21 - 15 - 6$$

Roznásobené závorky sečteme. Opět nezapomeneme na to, když převádíme členy z jedné strany rovnice na druhou, že se mění jejich **polarita** (z plusu na mínus atd.)!

$\boldsymbol{0 = 0}$ $\longrightarrow$ Pokud vyjde výsledek: $0 = 0$, tak to znamená, že kořen (řešení) rovnice je množina, ze které je daná neznámá (**R – reálná čísla, Z – celá čísla, N – přirozená čísla, Q – racionální čísla**). Z jaké množiny je neznámá, najdete vždy v **zadání**! Pokud výsledek vyjde např.: $12 = 12$, tak řešení je úplně stejné, protože pokud rovnici dopočítáme: 12 dáme na druhou stranu (změníme polaritu) a výsledek bude opět $0 = 0$.

$\boldsymbol{K = R}$ $\longrightarrow$ Výsledek zapisujeme ve tvaru: $K = c$ – místo c dosadíme množinu, do které neznámá **patří** (dozvíme se ze zadání).

Pokud se v rovnici vyskytuje neznámá ve jmenovateli zlomku, tak musíme udělat podmínky, čemu se neznámá **nesmí** rovnat!!! Je to důležité proto, když by nám vyšlo řešení množina všech reálných (nebo jiných) čísel, tak by musela být u celkového řešení podmínka, že se nesmí rovnat číslu, které máme v podmínce!

Zkouška:

U zkoušky počítáme pravou a levou část rovnice **zvlášť** a poté ověříme, zda se rovnají. Pokud se **nerovnají**, kořen rovnice je vypočítaný **špatně**, pokud se **rovnají**, tak je kořen rovnice **správný**.

$$L = \frac{6 + 25x}{15} - (x - 1) = \frac{6 + 25\,.\,1}{15} - (1 - 1) = \frac{31}{15}$$

$$P = \frac{2x}{3} + \frac{7}{5} = \frac{2\,.\,1}{3} + \frac{7}{5} = \frac{2}{3} + \frac{7}{5} = \frac{10 + 21}{15} = \frac{31}{15}$$

Místo neznámé dosadíme **libovolné** číslo, které patří do **množiny**, ze které je neznámá. Zvolené číslo by mělo být takové, se kterým se nám **nejlépe počítá** (obvykle to je číslo **jedna** nebo **nula**).

$$\boldsymbol{L = P = \frac{31}{15}} \longrightarrow$$

Výsledek zapisujeme ve tvaru: $L = P = b$ - místo b dosadíme řešení, které nám vyšlo ve **zkoušce**.

Rovnice – bez řešení:

Najděte kořen rovnice, kde $s \in R$:

$$2s - \frac{5s - 3}{4} = \frac{3s - 5}{4} \qquad /.4$$

Rovnici nejprve vynásobíme společným jmenovatelem. V našem případě je to čtyři. Poté je postup stejný jako v předešlé rovnici.

$$8s - 5s + 3 = 3s - 5$$

$$8s - 5s - 3s = -5 - 3$$

$$\boldsymbol{0 = -8} \longrightarrow$$

Pokud vyjde výsledek jako např.: $0 = -8\,; 4 = 0$ apod., tak rovnice **nemá** kořen (řešení).

$$\boldsymbol{K} = \emptyset \longrightarrow$$

Výsledek se zapisuje vždy ve tvaru: $K = \emptyset$ - přeškrtnuté písmeno *o* značí **prázdnou množinu** (žádné řešení).

Příklady použity z:

CHARVÁT, Jura; ZHOUF, Jaroslav; BOČEK, Leo. Matematika pro gymnázia : Rovnice a nerovnice. 3. vydání. Praha : Prometheus, 2002. 223 s. ISBN 80-7196-154-X.

